数学Ⅱ　春課題【解答】

$\boxed{1}$ (1)　次数は 1，係数は $-bx$　　(2)　次数は 1，係数は $2ax^2$

(3)　次数は 2，係数は $\dfrac{xy^3}{2}$

$\boxed{2}$ (1)　$4x^2+3x+1-2x^2-9x+3=(4x^2-2x^2)+(3x-9x)+(1+3)=2x^2-6x+4$

この整式は 2 次式である。

(2)　$2x^2+4x^3-3x+x^3+6x-1=(4x^3+x^3)+2x^2+(-3x+6x)-1$

$=5x^3+2x^2+3x-1$

この整式は 3 次式である。

$\boxed{3}$ (1)　$2A+B=2(x^2-3x+5)+(2x^2+4x-3)=2x^2-6x+10+2x^2+4x-3$

$=(2x^2+2x^2)+(-6x+4x)+(10-3)=4x^2-2x+7$

(2)　$A-B+2(2A+B)=A-B+4A+2B=5A+B=5(x^2-3x+5)+(2x^2+4x-3)$

$=5x^2-15x+25+2x^2+4x-3$

$=(5x^2+2x^2)+(-15x+4x)+(25-3)=7x^2-11x+22$

$\boxed{4}$ (1)　$2xy(3x-y)=2xy\cdot 3x+2xy\cdot(-y)=6x^2y-2xy^2$

(2)　$x^2+5x+3=A$ とおくと

$(x-4)(x^2+5x+3)=(x-4)A=xA-4A=x(x^2+5x+3)-4(x^2+5x+3)$

$=x^3+5x^2+3x-4x^2-20x-12=x^3+x^2-17x-12$

(3)　$(5x+2y)^2=(5x)^2+2\cdot 5x\cdot 2y+(2y)^2=25x^2+20xy+4y^2$

(4)　$x+y=A$ とおくと

$(x+y-1)^2=(A-1)^2=A^2-2A+1=(x+y)^2-2(x+y)+1$

$=(x^2+2xy+y^2)-(2x+2y)+1=x^2+2xy+y^2-2x-2y+1$

(5)　$(x+3)(x-4)=x^2+(3-4)x+3\cdot(-4)=x^2-x-12$

(6)　$(2a-5)(2a+5)=(2a)^2-5^2=4a^2-25$

(7)　$(x-2)(3x+1)=1\cdot 3x^2+\{1\cdot 1+(-2)\cdot 3\}x+(-2)\cdot 1=3x^2-5x-2$

(8)　$(3x-2)(2x-3)=3\cdot 2x^2+\{3\cdot(-3)+(-2)\cdot 2\}x+(-2)\cdot(-3)=6x^2-13x+6$

$\boxed{5}$ (1)　$|9-6|=|3|=3$　　(2)　$|-8+2|=|-6|=6$

(3)　$|3|+|-2|=3+2=5$　　(4)　$|-4|-|-5|=4-5=-1$

$\boxed{6}$ (1)　$6a^2b+3ab^2=3ab\cdot 2a+3ab\cdot b=3ab(2a+b)$

(2)　$x^2-8x+16=x^2-2\cdot x\cdot 4+4^2=(x-4)^2$

(3)　$a^2-10ab+25b^2=a^2-2\cdot a\cdot 5b+(5b)^2=(a-5b)^2$

(4)　$9x^2-16=(3x)^2-4^2=(3x+4)(3x-4)$

(5)　$x^2-7x+10=x^2+(-2-5)x+(-2)\cdot(-5)=(x-2)(x-5)$

(6)　$x^2-5xy-36y^2=x^2+(4y-9y)x+4y\cdot(-9y)=(x+4y)(x-9y)$

(7)　$2x^2-7x+6=(x-2)(2x-3)$

(8)　$3x^2+xy-4y^2=(x-y)(3x+4y)$

(7)

$$\begin{array}{ccc} 1 & -2 \longrightarrow & -4 \\ 2 & -3 \longrightarrow & -3 \\ \hline 2 & 6 & -7 \end{array}$$

(8)

$$\begin{array}{ccc} 1 & -y \longrightarrow & -3y \\ 3 & 4y \longrightarrow & 4y \\ \hline 3 & -4y^2 & y \end{array}$$

$\boxed{7}$ (1)　$2a^2+2a-12=2(a^2+a-6)=2(a-2)(a+3)$

(2)　$x-2=A$ とおくと

$(x-2)^2-3(x-2)-18=A^2-3A-18=(A+3)(A-6)$

$=\{(x-2)+3\}\{(x-2)-6\}=(x+1)(x-8)$

(3)　$x^2-10x+25-9y^2=(x^2-10x+25)-9y^2=(x-5)^2-(3y)^2$

$=\{(x-5)+3y\}\{(x-5)-3y\}=(x+3y-5)(x-3y-5)$

(4)　$x^2+4xy+3y^2+2x+4y+1$

$=x^2+(4y+2)x+(3y^2+4y+1)$

$=x^2+(4y+2)x+(y+1)(3y+1)$

$=\{x+(y+1)\}\{x+(3y+1)\}$

$=(x+y+1)(x+3y+1)$

$$\begin{array}{ccc} 1 & y+1 \longrightarrow & y+1 \\ 1 & 3y+1 \longrightarrow & 3y+1 \\ \hline 1 & (y+1)(3y+1) & 4y+2 \end{array}$$

$\boxed{8}$ (1)　$3\sqrt{7}+\sqrt{3}-5\sqrt{7}+2\sqrt{3}=(3-5)\sqrt{7}+(1+2)\sqrt{3}=3\sqrt{3}-2\sqrt{7}$

(2)　$\sqrt{45}=\sqrt{3^2\times 5}=3\sqrt{5}$，$\sqrt{20}=\sqrt{2^2\times 5}=2\sqrt{5}$ であるから

$\sqrt{5}-\sqrt{45}+\sqrt{20}=\sqrt{5}-3\sqrt{5}+2\sqrt{5}=(1-3+2)\sqrt{5}=0$

(3)　$\sqrt{27}=\sqrt{3^2\times 3}=3\sqrt{3}$，$\sqrt{12}=\sqrt{2^2\times 3}=2\sqrt{3}$ であるから

$\sqrt{27}-2\sqrt{12}+5\sqrt{3}=3\sqrt{3}-2\times 2\sqrt{3}+5\sqrt{3}=3\sqrt{3}-4\sqrt{3}+5\sqrt{3}$

$=(3-4+5)\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

(4)　$\sqrt{50}=\sqrt{5^2\times 2}=5\sqrt{2}$，$\sqrt{32}=\sqrt{4^2\times 2}=4\sqrt{2}$，$\sqrt{72}=\sqrt{6^2\times 2}=6\sqrt{2}$ であるから

$4\sqrt{50}-2\sqrt{32}-\sqrt{72}=4\times 5\sqrt{2}-2\times 4\sqrt{2}-6\sqrt{2}=20\sqrt{2}-8\sqrt{2}-6\sqrt{2}$

$=(20-8-6)\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

$\boxed{9}$ (1)　$\dfrac{\sqrt{48}}{\sqrt{2}}-\sqrt{6}=\sqrt{\dfrac{48}{2}}-\sqrt{6}=\sqrt{24}-\sqrt{6}=2\sqrt{6}-\sqrt{6}=\sqrt{6}$

(2)

$$\frac{2}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{2(\sqrt{6}-\sqrt{3})}{(\sqrt{6}+\sqrt{3})(\sqrt{6}-\sqrt{3})}-\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$$

$$=\frac{2\sqrt{6}-2\sqrt{3}}{(\sqrt{6})^2-(\sqrt{3})^2}-\frac{\sqrt{6}}{(\sqrt{3})^2}=\frac{2\sqrt{6}-2\sqrt{3}}{3}-\frac{\sqrt{6}}{3}=\frac{\sqrt{6}-2\sqrt{3}}{3}$$

(3)

$$\frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{7}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})}+\frac{(\sqrt{7}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{7}-\sqrt{3})(\sqrt{7}+\sqrt{3})}$$

$$=\frac{(\sqrt{7})^2-2\times\sqrt{7}\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2}{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{3})^2}$$

$$+\frac{(\sqrt{7})^2+2\times\sqrt{7}\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2}{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{3})^2}$$

$$=\frac{10-2\sqrt{21}}{4}+\frac{10+2\sqrt{21}}{4}=\frac{20}{4}=5$$

別解

$$\frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{7}-\sqrt{3})^2+(\sqrt{7}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})}$$

$$=\frac{(10-2\sqrt{21})+(10+2\sqrt{21})}{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{3})^2}=\frac{20}{4}=5$$

$\boxed{10}$ (1)　移項すると　$5x+x>12$　　よって　$6x>12$

両辺を 6 で割って　$x>2$

(2)　移項すると　$3x-2x>7-1$　　よって　$x>6$

(3)　かっこをはずして　$2x-12\geqq 5x$　　移項すると　$2x-5x\geqq 12$

よって　$-3x\geqq 12$　　両辺を -3 で割って　$x\leqq -4$

(4)　かっこをはずして　$3x+6\leqq 4x-4$　　移項すると　$3x-4x\leqq -4-6$

よって　$-x\leqq -10$　　両辺を -1 で割って　$x\geqq 10$

$\boxed{11}$ (1)　$2x+4\geqq 7x-6$ から　$-5x\geqq -10$

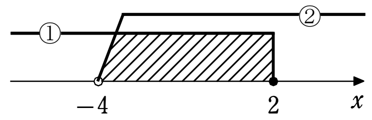
よって　$x\leqq 2$　……①

$3(2x-1)<8x+5$ から　$6x-3<8x+5$

よって　$-2x<8$

したがって　$x>-4$　……②

①，② の共通範囲を求めて　$-4<x\leqq 2$



(2)　$5x+2\geqq 8(x+1)$ から　$5x+2\geqq 8x+8$

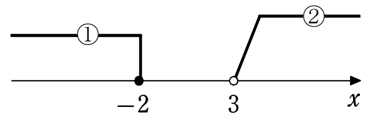
よって　$-3x\geqq 6$

したがって　$x\leqq -2$　……①

$2x-11>7-4x$ から　$6x>18$

よって　$x>3$　……②

①，② には，共通範囲がないから，この連立不等式の解はない。



$\boxed{12}$ (1)　$A\cap B=\{1,\ 3,\ 5\}$

(2)　$A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 7,\ 9\}$

(3)　$\overline{A}=\{6,\ 7,\ 8,\ 9\}$

(4)　$\overline{B}=\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$ であるから，(3) より　$\overline{A}\cup\overline{B}=\{2,\ 4,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$

$\boxed{13}$ (1)　命題「$x=6\Longrightarrow x^2=36$」は真であり，その逆「$x^2=36\Longrightarrow x=6$」は偽 (反例：$x=-6$) であるから，$x=6$ は $x^2=36$ であるための十分条件である。

(2)　命題「$2x+5=3\Longrightarrow x=-1$」は真であり，その逆「$x=-1\Longrightarrow 2x+5=3$」も真であるから，$2x+5=3$ は $x=-1$ であるための必要十分条件である。

(3)　命題「$x^2>4\Longrightarrow x>2$」は偽 (反例：$x=-3$) であり，その逆「$x>2\Longrightarrow x^2>4$」は真であるから，$x^2>4$ は $x>2$ であるための必要条件である。

$\boxed{14}$ (1)　2 次方程式 $x^2-4x-5=0$ を解くと　$(x+1)(x-5)=0$

よって　$x=-1,\ 5$

したがって，共有点の x 座標は　$-1,\ 5$

(2)　2 次方程式 $-x^2+8x-16=0$ の両辺に -1 を掛けると　$x^2-8x+16=0$

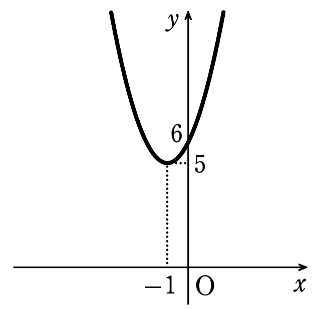
この 2 次方程式を解くと　$(x-4)^2=0$　　よって　$x=4$

したがって，共有点の x 座標は　4

この関数のグラフは x 軸に接する。

(3)　$y=x^2+2x+6$ を変形すると　$y=(x+1)^2+5$

よって，グラフは右の図のようになり，x 軸と共有点をもたない。



別解　2 次方程式 $x^2+2x+6=0$ に解の公式を適用すると　$x=\dfrac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot 1\cdot 6}}{2\cdot 1}=\dfrac{-2\pm\sqrt{-20}}{2}$

根号の中が負になるから，これは実数ではない。

よって，この関数のグラフと x 軸は共有点をもたない。

(4)　2 次方程式 $2x^2-3x-2=0$ を解くと

$(x-2)(2x+1)=0$　　よって　$x=-\dfrac{1}{2},\ 2$

したがって，共有点の x 座標は　$-\dfrac{1}{2},\ 2$

数学Ⅱ　春課題【解答】

$\boxed{15}$ (1)　頂点が点 $(1,\ 2)$ であるから，この 2 次関数は $y=a(x-1)^2+2$ と表される。

この関数のグラフが点 $(0,\ 4)$ を通ることから　　$4=a(0-1)^2+2$

よって，$4=a+2$ から　　$a=2$

したがって，求める 2 次関数は　　$y=2(x-1)^2+2$

(2)　求める 2 次関数を $y=ax^2+bx+c$ とする。

この関数のグラフが 3 点 $(2,\ -1)$，$(0,\ 5)$，$(-1,\ 2)$ を通るから

$$\begin{cases} -1=4a+2b+c & \cdots\cdots ① \\ 5=c & \cdots\cdots ② \\ 2=a-b+c & \cdots\cdots ③ \end{cases}$$

② を ① に代入して整理すると　　$2a+b=-3$　……④

② を ③ に代入して整理すると　　$a-b=-3$　……⑤

④＋⑤ から　　$3a=-6$　　　よって　　$a=-2$

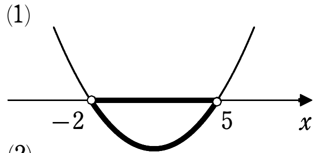
これを ④ に代入して整理すると　　$b=1$

したがって，求める 2 次関数は　　$y=-2x^2+x+5$

$\boxed{16}$ (1)　$x^2-3x-10=0$ を解くと　　$x=-2,\ 5$

よって，この 2 次不等式の解は　　$-2<x<5$

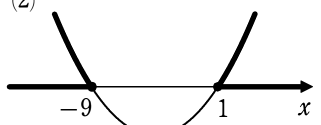
(1)



(2)　$x^2+8x-9=0$ を解くと　　$x=-9,\ 1$

よって，この 2 次不等式の解は　　$x\leqq -9,\ 1\leqq x$

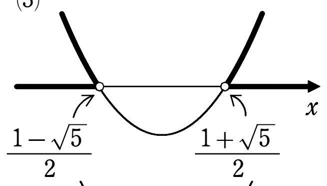
(2)



(3)　$x^2-x-1=0$ を解くと　　$x=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

この 2 次不等式の解は　$x<\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$，$\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}<x$

(3)

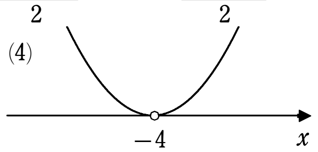


(4)　$x^2+8x+16=(x+4)^2$

$y=(x+4)^2$ のグラフは $x=-4$ で x 軸に接する。

よって，$x^2+8x+16<0$ の解は　ない

(4)

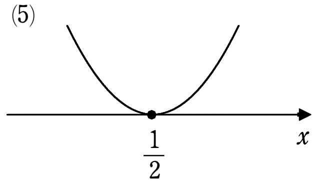


(5)　$x^2-x+\dfrac{1}{4}=\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2$

$y=\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2$ のグラフは $x=\dfrac{1}{2}$ で x 軸に接する。

よって，$x^2-x+\dfrac{1}{4}\leqq 0$ の解は　$x=\dfrac{1}{2}$

(5)

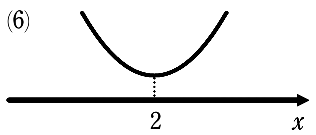


(6)　$x^2-4x+6=(x-2)^2+2$

$y=(x-2)^2+2$ のグラフは x 軸の上側にある。

よって，$x^2-4x+6>0$ の解は　すべての実数

(6)



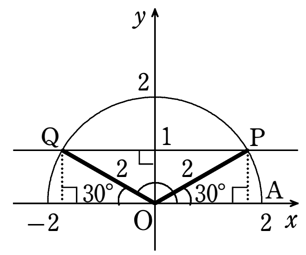
$\boxed{17}$

A	30°	45°	60°
$\sin A$	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos A$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$	$\dfrac{1}{2}$
$\tan A$	$\dfrac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

$\boxed{18}$ (1)　右の図の半径 2 の半円上で y 座標が 1 である 2 点 P，Q をとる。

求める θ は　　$\angle$AOP と $\angle$AOQ

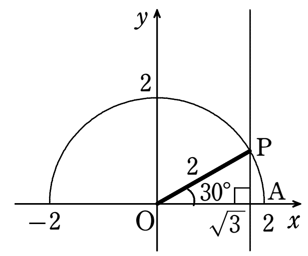
よって　　$\theta=30^\circ,\ 150^\circ$



(2)　右の図の半径 2 の半円上で x 座標が $\sqrt{3}$ である点 P をとる。

求める θ は　　$\angle$AOP

よって　　$\theta=30^\circ$

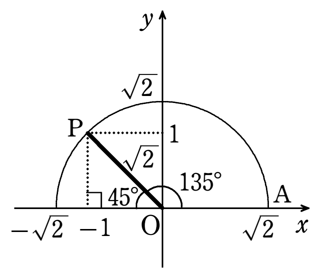


(3)　$-1=\dfrac{1}{-1}$ である。

右の図のように x 座標が -1，y 座標が 1 である点 P をとる。

求める θ は　　$\angle$AOP

よって　　$\theta=135^\circ$



$\boxed{19}$ (1)　正弦定理から　　$\dfrac{2}{\sin 45^\circ}=2R$

よって　　$R=\dfrac{2}{2\sin 45^\circ}=\dfrac{1}{\sin 45^\circ}=1\times\dfrac{\sqrt{2}}{1}=\sqrt{2}$

(2)　正弦定理から　　$\dfrac{3}{\sin 150^\circ}=2R$

よって　　$R=\dfrac{3}{2\sin 150^\circ}=\dfrac{3}{2}\times\dfrac{2}{1}=3$

$\boxed{20}$ (1)　正弦定理から　　$\dfrac{b}{\sin 45^\circ}=\dfrac{3}{\sin 60^\circ}$

よって　　$b=\dfrac{3\sin 45^\circ}{\sin 60^\circ}=3\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\sqrt{6}$

(2)　正弦定理から　　$\dfrac{c}{\sin 30^\circ}=\dfrac{\sqrt{6}}{\sin 120^\circ}$

よって　　$c=\dfrac{\sqrt{6}\sin 30^\circ}{\sin 120^\circ}=\sqrt{6}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\sqrt{2}$

$\boxed{21}$ (1)　$S=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{1}{2}\cdot 3\cdot 7\sin 45^\circ=\dfrac{1}{2}\cdot 3\cdot 7\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{21}{2\sqrt{2}}=\dfrac{21\sqrt{2}}{4}$

(2)　$S=\dfrac{1}{2}ca\sin B=\dfrac{1}{2}\cdot\sqrt{3}\cdot 2\sin 120^\circ=\dfrac{1}{2}\cdot\sqrt{3}\cdot 2\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3}{2}$

$\boxed{22}$ (1)　余弦定理から

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=2^2+4^2-2\cdot 2\cdot 4\cos 60^\circ=4+16-16\cdot\frac{1}{2}=12$$

$a>0$ であるから　　$a=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

(2)　余弦定理により

$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{3^2+5^2-7^2}{2\cdot 3\cdot 5}=\frac{9+25-49}{30}=-\frac{15}{30}=-\frac{1}{2}$$

したがって　　$A=120^\circ$

$\boxed{23}$ (1)　$\triangle$ABD に余弦定理を用いると

$$\mathrm{BD}^2=\mathrm{AB}^2+\mathrm{AD}^2-2\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AD}\cos 120^\circ=8^2+7^2-2\cdot 8\cdot 7\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=169$$

BD >0 であるから　　$\mathrm{BD}=\sqrt{169}=13$

(2)　$\cos\angle\mathrm{BCD}=\dfrac{\mathrm{CB}^2+\mathrm{CD}^2-\mathrm{BD}^2}{2\mathrm{CB}\cdot\mathrm{CD}}=\dfrac{10^2+9^2-13^2}{2\cdot 10\cdot 9}=\dfrac{12}{2\cdot 10\cdot 9}=\dfrac{1}{15}$

(3)　$\sin^2\angle\mathrm{BCD}=1-\cos^2\angle\mathrm{BCD}=1-\left(\dfrac{1}{15}\right)^2=\dfrac{224}{225}$

$\sin\angle\mathrm{BCD}>0$ であるから　　$\sin\angle\mathrm{BCD}=\sqrt{\dfrac{224}{225}}=\dfrac{4\sqrt{14}}{15}$

したがって

$$S=\triangle\mathrm{ABD}+\triangle\mathrm{BCD}=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 7\sin 120^\circ+\frac{1}{2}\cdot 10\cdot 9\sin\angle\mathrm{BCD}$$

$$=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 7\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\cdot 10\cdot 9\cdot\frac{4\sqrt{14}}{15}=14\sqrt{3}+12\sqrt{14}$$

$\boxed{24}$ 100 以下の自然数全体の集合を全体集合 U とする。

(1)　2 の倍数全体の集合を A，3 の倍数全体の集合を B とすると

$A=\{2\cdot 1,\ 2\cdot 2,\ \cdots\cdots,\ 2\cdot 50\}$ から　　$n(A)=50$

$B=\{3\cdot 1,\ 3\cdot 2,\ \cdots\cdots,\ 3\cdot 33\}$ から　　$n(B)=33$

2 の倍数かつ 3 の倍数である数全体の集合は $A\cap B$ であり，2 の倍数または 3 の倍数である数全体の集合は $A\cup B$ である。

集合 $A\cap B$ は 2 と 3 の最小公倍数 6 の倍数全体の集合であるから

$A\cap B=\{6\cdot 1,\ 6\cdot 2,\ \cdots\cdots,\ 6\cdot 16\}$

よって　　$n(A\cap B)=16$

したがって，求める個数は

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=50+33-16=67$ (個)

(2)　6 の倍数全体の集合を C とすると　　$C=\{6\cdot 1,\ 6\cdot 2,\ \cdots\cdots,\ 6\cdot 16\}$

よって　　$n(C)=16$

6 の倍数でない数全体の集合は $\overline{C}$ である。

したがって，求める個数は　　$n(\overline{C})=n(U)-n(C)=100-16=84$ (個)

$\boxed{25}$ (1)　続いて並ぶ女子 3 人をまとめて 1 組と考えると，男子 5 人と女子 1 組の並び方は 6! 通りある。1 組と考えた女子 3 人の並び方は 3! 通りある。

よって，求める並び方は，積の法則により

$6!\times 3!=6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1\times 3\cdot 2\cdot 1=4320$ (通り)

(2)　両端の男子 2 人の並び方は ${}_5\mathrm{P}_2$ 通りある。

残りの男子 3 人と女子 3 人，合計 6 人の並び方は 6! 通りある。

よって，求める並び方は，積の法則により

${}_5\mathrm{P}_2\times 6!=5\cdot 4\times 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1=14400$ (通り)

数学Ⅱ　春課題【解答】

26　$(7-1)!=6!=6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=720$（通り）

27　(1)　お菓子 5 種類の中から 2 種類を選ぶ方法は　${}_5C_2$ 通り

飲み物 4 種類の中から 2 種類を選ぶ方法は　${}_4C_2$ 通り

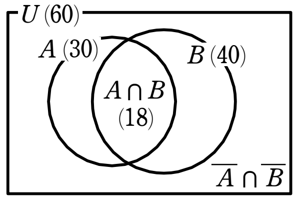
よって，求める選び方は，積の法則により　${}_5C_2\times{}_4C_2=\dfrac{5\cdot4}{2\cdot1}\times\dfrac{4\cdot3}{2\cdot1}=60$（通り）

(2)　3 個の 1 と，3 個の 2 と，2 個の 3 を並べる順列の総数に等しいから

$$\frac{8!}{3!3!2!}=\frac{8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1\cdot2\cdot1}=560\ （通り）$$

28　この 60 人の生徒の集合を全体集合 U とし，A を読んだ生徒の集合を A，B を読んだ生徒の集合を B とすると，

$n(A)=30$，$n(B)=40$，$n(A\cap B)=18$ である。



(1)　A または B を読んだ生徒の集合は $A\cup B$ である。

よって，求める人数は

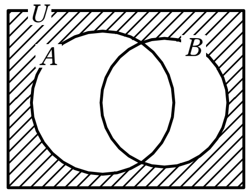
$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

$=30+40-18=52$（人）

(2)　A も B も読んでいない生徒の集合は $\overline{A}\cap\overline{B}$ すなわち $\overline{A\cup B}$ である。

よって，求める人数は

$n(\overline{A\cup B})=n(U)-n(A\cup B)=60-52=8$（人）



$\overline{A}\cap\overline{B}=\overline{A\cup B}$

29　2 個のさいころの目の出方は全部で　$6\times6=36$（通り）

さいころを A，B とし，A の目が a，B の目が b になることを $(a,\ b)$ で表す。

(1)　目の和が 7 になる場合は (1，6)，(2，5)，(3，4)，(4，3)，(5，2)，(6，1) の 6 通りある。よって，求める確率は　$\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$

(2)　目の積が 12 になる場合は (2，6)，(3，4)，(4，3)，(6，2) の 4 通りある。

よって，求める確率は　$\dfrac{4}{36}=\dfrac{1}{9}$

30　「2 個が同じ色である」という事象は，

「2 個とも赤玉である」という事象 A，「2 個とも白玉である」という事象 B の和事象 $A\cup B$ である。

事象 A，B の確率は　$P(A)=\dfrac{{}_3C_2}{{}_7C_2}=\dfrac{3}{21}$，$P(B)=\dfrac{{}_4C_2}{{}_7C_2}=\dfrac{6}{21}$

A と B は互いに排反であるから，求める確率は

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{3}{21}+\frac{6}{21}=\frac{9}{21}=\frac{3}{7}$$

31　「番号が 6 の倍数である」という事象を A とすると，「番号が 6 の倍数でない」という事象は余事象 $\overline{A}$ である。

$A=\{6\cdot1,\ 6\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 6\cdot16\}$ であるから　$P(A)=\dfrac{16}{100}=\dfrac{4}{25}$

よって，求める確率は　$P(\overline{A})=1-P(A)=1-\dfrac{4}{25}=\dfrac{21}{25}$

32　A が引いたくじはもとに戻すから，A がくじを引く試行と B がくじを引く試行は独立である。

(1)　A が当たる確率は $\dfrac{4}{20}=\dfrac{1}{5}$，B が当たる確率も $\dfrac{1}{5}$ であるから，求める確率は

$$\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{25}$$

(2)　A が当たる確率は $\dfrac{1}{5}$，B がはずれる確率は $\dfrac{4}{5}$ であるから，求める確率は

$$\frac{1}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{4}{25}$$

33　1 回目に赤玉が出る事象を A，2 回目に白玉が出る事象を B とする。

1 回目に赤玉が出る確率は　$P(A)=\dfrac{5}{9}$

A が起こったときの B が起こる条件付き確率は　$P_A(B)=\dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{2}$

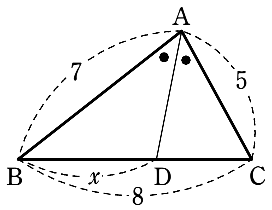
よって，求める確率は，確率の乗法定理により

$$P(A\cap B)=P(A)P_A(B)=\frac{5}{9}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{18}$$

34　AD は ∠A の二等分線であるから

BD : DC = AB : AC = 7 : 5

よって　$x=\dfrac{7}{7+5}\mathrm{BC}=\dfrac{7}{12}\times8=\dfrac{14}{3}$



35　(1)　O は △ABC の外心であるから　OA = OB = OC

よって，△OAB，△OBC，△OCA は二等辺三角形であるから　∠OBA = ∠OAB = y

∠OCB = ∠OBC = 25°

∠OAC = ∠OCA = 30°

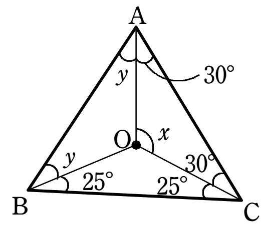
△OCA において，内角の和は 180° であるから

$x=180°-2\times30°=120°$

△ABC において，内角の和は 180° であるから

$(30°+y)+(y+25°)+(25°+30°)=180°$

整理すると　$2y=70°$　　よって　$y=35°$



(2)　AI は ∠A の二等分線，BI は ∠B の二等分線，CI は ∠C の二等分線であるから　∠IAC = ∠IAB = 20°

∠IBA = ∠IBC = y

∠ICA = ∠ICB = 30°

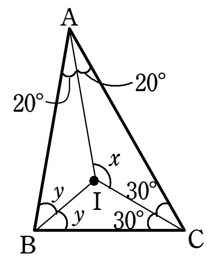
△ICA において，内角の和は 180° であるから

$x=180°-(20°+30°)=130°$

△ABC において，内角の和は 180° であるから

$2\times20°+2\times y+2\times30°=180°$

整理すると　$2y=80°$　　よって　$y=40°$



36　(1)　G は △ABC の重心であるから

AD : AG = (2+1) : 2 = 3 : 2

すなわち　AD : 4 = 3 : 2

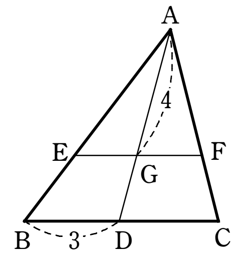
よって　AD × 2 = 4 × 3　　　したがって　AD = 6

(2)　D は辺 BC の中点であるから　CD = BD = 3　…… ①

また，EF∥BC より　FG : CD = AG : AD = 2 : 3

① から　FG : 3 = 2 : 3

すなわち　FG × 3 = 3 × 2　　　したがって　FG = 2



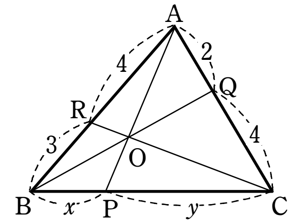
37　(1)　△ABC にチェバの定理を用いると

$$\frac{\mathrm{BP}}{\mathrm{PC}}\cdot\frac{\mathrm{CQ}}{\mathrm{QA}}\cdot\frac{\mathrm{AR}}{\mathrm{RB}}=1$$

よって　$\dfrac{x}{y}\cdot\dfrac{4}{2}\cdot\dfrac{4}{3}=1$

すなわち　$\dfrac{x}{y}=\dfrac{3}{8}$

したがって　$x:y=3:8$



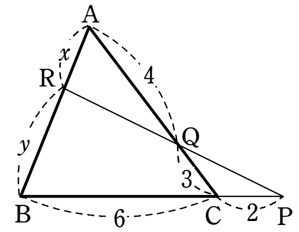
(2)　△ABC と直線 PR にメネラウスの定理を用いると

$$\frac{\mathrm{BP}}{\mathrm{PC}}\cdot\frac{\mathrm{CQ}}{\mathrm{QA}}\cdot\frac{\mathrm{AR}}{\mathrm{RB}}=1$$

よって　$\dfrac{8}{2}\cdot\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{x}{y}=1$

すなわち　$\dfrac{x}{y}=\dfrac{1}{3}$

したがって　$x:y=1:3$



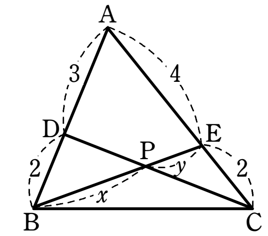
(3)　△ABE と直線 CD にメネラウスの定理を用いると

$$\frac{\mathrm{AD}}{\mathrm{DB}}\cdot\frac{\mathrm{BP}}{\mathrm{PE}}\cdot\frac{\mathrm{EC}}{\mathrm{CA}}=1$$

よって　$\dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{x}{y}\cdot\dfrac{2}{6}=1$

すなわち　$\dfrac{x}{y}=2$

したがって　$x:y=2:1$



38

～授業に向けて～

数学Ⅱは週に4時間です。

１年生のころとは違い、数学の授業が毎日ではなくなるため、自分でどのくらい頑張れるかで差がつきます。本当に差がつきます。そして、びっくりするくらい差が広がります。

というと、不安に思う人もいるかもしれません。

でも、数学はやった分だけ力がつきます。これも本当。

頑張っていきましょう！！！

課題の提出は絶対に遅れずに・・・