$\boxed{1}$ (1) $2A+B=2(x^2-3x+5)+(2x^2+4x-3)=2x^2-6x+10+2x^2+4x-3$

$=(2x^2+2x^2)+(-6x+4x)+(10-3)=4x^2-2x+7$

(2) $A-B+2(2A+B)=A-B+4A+2B=5A+B=5(x^2-3x+5)+(2x^2+4x-3)$

$=5x^2-15x+25+2x^2+4x-3$

$=(5x^2+2x^2)+(-15x+4x)+(25-3)=7x^2-11x+22$

$\boxed{2}$ (1) $2xy(3x-y)=2xy\cdot 3x+2xy\cdot(-y)=6x^2y-2xy^2$

(2) $(5x+2y)^2=(5x)^2+2\cdot 5x\cdot 2y+(2y)^2=25x^2+20xy+4y^2$

(3) $(x+3)(x-4)=x^2+(3-4)x+3\cdot(-4)=x^2-x-12$

(4) $(2a-5)(2a+5)=(2a)^2-5^2=4a^2-25$

$\boxed{3}$ (1) $6a^2b+3ab^2=3ab\cdot 2a+3ab\cdot b=3ab(2a+b)$

(2) $x^2-8x+16=x^2-2\cdot x\cdot 4+4^2=(x-4)^2$

(3) $a^2-10ab+25b^2=a^2-2\cdot a\cdot 5b+(5b)^2=(a-5b)^2$

(4) $9x^2-16=(3x)^2-4^2=(3x+4)(3x-4)$

(5) $x^2-7x+10=x^2+(-2-5)x+(-2)\cdot(-5)$

$=(x-2)(x-5)$

(6) $2x^2-7x+6=(x-2)(2x-3)$

(6)

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \times & -2 & \longrightarrow & -4 \\ 2 & & -3 & \longrightarrow & -3 \\ \hline 2 & & 6 & & -7 \end{array}$$

$\boxed{4}$ (1) $3\sqrt{7}+\sqrt{3}-5\sqrt{7}+2\sqrt{3}=(3-5)\sqrt{7}+(1+2)\sqrt{3}=3\sqrt{3}-2\sqrt{7}$

(2) $\sqrt{45}=\sqrt{3^2\times 5}=3\sqrt{5}$, $\sqrt{20}=\sqrt{2^2\times 5}=2\sqrt{5}$ であるから

$\sqrt{5}-\sqrt{45}+\sqrt{20}=\sqrt{5}-3\sqrt{5}+2\sqrt{5}=(1-3+2)\sqrt{5}=0$

(3) $\sqrt{27}=\sqrt{3^2\times 3}=3\sqrt{3}$, $\sqrt{12}=\sqrt{2^2\times 3}=2\sqrt{3}$ であるから

$\sqrt{27}-2\sqrt{12}+5\sqrt{3}=3\sqrt{3}-2\times 2\sqrt{3}+5\sqrt{3}=3\sqrt{3}-4\sqrt{3}+5\sqrt{3}$

$=(3-4+5)\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

(4) $\sqrt{50}=\sqrt{5^2\times 2}=5\sqrt{2}$, $\sqrt{32}=\sqrt{4^2\times 2}=4\sqrt{2}$, $\sqrt{72}=\sqrt{6^2\times 2}=6\sqrt{2}$ であるから

$4\sqrt{50}-2\sqrt{32}-\sqrt{72}=4\times 5\sqrt{2}-2\times 4\sqrt{2}-6\sqrt{2}=20\sqrt{2}-8\sqrt{2}-6\sqrt{2}$

$=(20-8-6)\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

(5) $\dfrac{\sqrt{48}}{\sqrt{2}}-\sqrt{6}=\sqrt{\dfrac{48}{2}}-\sqrt{6}=\sqrt{24}-\sqrt{6}=2\sqrt{6}-\sqrt{6}=\sqrt{6}$

(6) $\dfrac{2}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}-\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{2(\sqrt{6}-\sqrt{3})}{(\sqrt{6}+\sqrt{3})(\sqrt{6}-\sqrt{3})}-\dfrac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$=\dfrac{2\sqrt{6}-2\sqrt{3}}{(\sqrt{6})^2-(\sqrt{3})^2}-\dfrac{\sqrt{6}}{(\sqrt{3})^2}=\dfrac{2\sqrt{6}-2\sqrt{3}}{3}-\dfrac{\sqrt{6}}{3}=\dfrac{\sqrt{6}-2\sqrt{3}}{3}$

$\boxed{5}$ (1)　移項すると　$5x+x>12$　よって　$6x>12$

両辺を6で割って　$x>2$

(2)　移項すると　$3x-2x>7-1$　よって　$x>6$

(3)　かっこをはずして　$2x-12 \geqq 5x$　移項すると　$2x-5x \geqq 12$

よって　$-3x \geqq 12$　両辺を -3 で割って　$x \leqq -4$

(4)　かっこをはずして　$3x+6 \leqq 4x-4$　移項すると　$3x-4x \leqq -4-6$

よって　$-x \leqq -10$　両辺を -1 で割って　$x \geqq 10$

$\boxed{6}$ (1)　$y=x^2-2x+3=(x-1)^2-1^2+3=(x-1)^2+2$

(2)　$y=2x^2-8x+3=2(x^2-4x)+3=2\{(x-2)^2-2^2\}+3$

$=2(x-2)^2-2\cdot 2^2+3=2(x-2)^2-5$

(3)　$y=-x^2-10x+15=-(x^2+10x)+15=-\{(x+5)^2-5^2\}+15$

$=-(x+5)^2+5^2+15=-(x+5)^2+40$

$\boxed{7}$ (1)　左辺を因数分解すると　$x(x-3)=0$

よって　$x=0$　または　$x-3=0$

したがって，この2次方程式の解は　$x=0,\ 3$

(2)　左辺を因数分解すると　$(x+2)(x+5)=0$

よって　$x+2=0$　または　$x+5=0$

したがって，この2次方程式の解は　$x=-2,\ -5$

(3)　左辺を因数分解すると　$(x+3)(x-4)=0$

よって　$x+3=0$　または　$x-4=0$

したがって，この2次方程式の解は　$x=-3,\ 4$

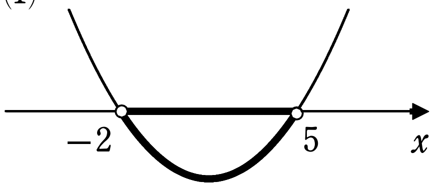
$\boxed{8}$ (1)　$x=\dfrac{-7\pm\sqrt{7^2-4\cdot 1\cdot 2}}{2\cdot 1}=\dfrac{-7\pm\sqrt{41}}{2}$

(2)　$x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot 2\cdot 1}}{2\cdot 2}=\dfrac{5\pm\sqrt{17}}{4}$

$\boxed{9}$ (1)　$x^2-3x-10=0$ を解くと　　$x=-2,\ 5$

よって，この2次不等式の解は　　$-2<x<5$

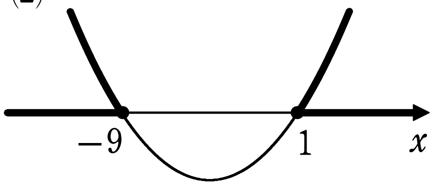
(1)



(2)　$x^2+8x-9=0$ を解くと　　$x=-9,\ 1$

よって，この2次不等式の解は　　$x \leqq -9,\ 1 \leqq x$

(2)

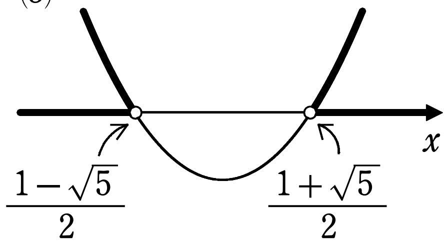


(3)　$x^2-x-1=0$ を解くと　　$x=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

よって，この2次不等式の解は

$$x<\frac{1-\sqrt{5}}{2},\ \frac{1+\sqrt{5}}{2}<x$$

(3)

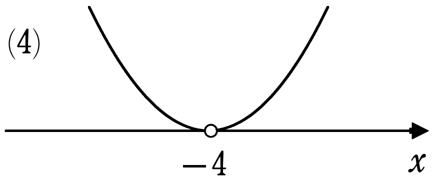


(4)　$x^2+8x+16=(x+4)^2$

$y=(x+4)^2$ のグラフは $x=-4$ で x 軸に接する。

よって，$x^2+8x+16<0$ の解は　ない

(4)

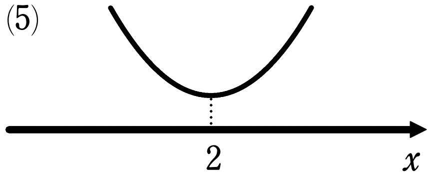


(5)　$x^2-4x+6=(x-2)^2+2$

$y=(x-2)^2+2$ のグラフは x 軸の上側にある。

よって，$x^2-4x+6>0$ の解は　すべての実数

(5)

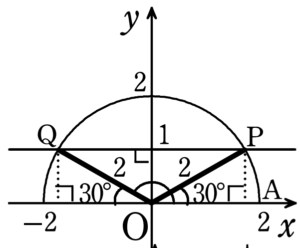


$\boxed{10}$

$\boxed{11}$ (1)　右の図の半径 2 の半円上で y 座標が 1 である 2 点 P，Q をとる。

求める θ は　　$\angle\mathrm{AOP}$ と $\angle\mathrm{AOQ}$

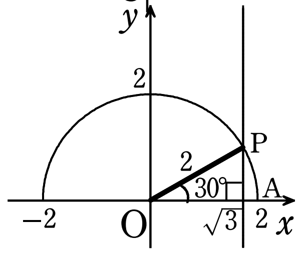
よって　　$\theta=30^\circ,\ 150^\circ$



(2)　右の図の半径 2 の半円上で x 座標が $\sqrt{3}$ である点 P をとる。

求める θ は　　$\angle\mathrm{AOP}$

よって　　$\theta=30^\circ$

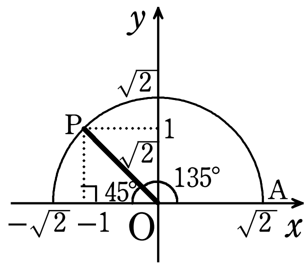


(3)　$-1=\dfrac{1}{-1}$ である。

右の図のように x 座標が -1，y 座標が 1 である点 P をとる。

求める θ は　　$\angle\mathrm{AOP}$

よって　　$\theta=135^\circ$



$\boxed{12}$ (1)　正弦定理から　　$\dfrac{2}{\sin 45^\circ}=2R$

よって　　$R=\dfrac{2}{2\sin 45^\circ}=\dfrac{1}{\sin 45^\circ}=1\times\dfrac{\sqrt{2}}{1}=\sqrt{2}$

(2)　正弦定理から　　$\dfrac{b}{\sin 45^\circ}=\dfrac{3}{\sin 60^\circ}$

よって　　$b=\dfrac{3\sin 45^\circ}{\sin 60^\circ}=3\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\sqrt{6}$

(3)　余弦定理から

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=2^2+4^2-2\cdot2\cdot4\cos 60^\circ=4+16-16\cdot\frac{1}{2}=12$$

$a>0$ であるから　　$a=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

(4)　　余弦定理により

$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{3^2+5^2-7^2}{2\cdot3\cdot5}=\frac{9+25-49}{30}=-\frac{15}{30}=-\frac{1}{2}$$

したがって　　$A=120^\circ$

(5)　$S=\dfrac{1}{2}ca\sin B=\dfrac{1}{2}\cdot\sqrt{3}\cdot2\sin 120^\circ=\dfrac{1}{2}\cdot\sqrt{3}\cdot2\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3}{2}$

$\boxed{13}$ 100 以下の自然数全体の集合を全体集合 U とする。

(1) 2 の倍数全体の集合を A，3 の倍数全体の集合を B とすると

$A=\{2\cdot1,\ 2\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 2\cdot50\}$ から　　$n(A)=50$

$B=\{3\cdot1,\ 3\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 3\cdot33\}$ から　　$n(B)=33$

2 の倍数かつ 3 の倍数である数全体の集合は $A\cap B$ であり，2 の倍数または 3 の倍数である数全体の集合は $A\cup B$ である。

集合 $A\cap B$ は 2 と 3 の最小公倍数 6 の倍数全体の集合であるから

$$A\cap B=\{6\cdot1,\ 6\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 6\cdot16\}$$

よって　　$n(A\cap B)=16$

したがって，求める個数は

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=50+33-16=67\ (\text{個})$$

(2) 6 の倍数全体の集合を C とすると　　$C=\{6\cdot1,\ 6\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 6\cdot16\}$

よって　　$n(C)=16$

6 の倍数でない数全体の集合は $\overline{C}$ である。

したがって，求める個数は　　$n(\overline{C})=n(U)-n(C)=100-16=84$ (個)

$\boxed{14}$ (1) ${}_8\mathrm{P}_3=8\cdot7\cdot6=336$　　(2) ${}_4\mathrm{P}_1=4$　　(3) ${}_{10}\mathrm{P}_4=10\cdot9\cdot8\cdot7=5040$

(4) ${}_7\mathrm{P}_7=7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=5040$　　(5) $8!=8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=40320$

(6) ${}_7\mathrm{C}_2=\dfrac{7\cdot6}{2\cdot1}=21$　　(7) ${}_8\mathrm{C}_3=\dfrac{8\cdot7\cdot6}{3\cdot2\cdot1}=56$　　(8) ${}_9\mathrm{C}_7={}_9\mathrm{C}_{9-7}={}_9\mathrm{C}_2=\dfrac{9\cdot8}{2\cdot1}=36$

(9) ${}_4\mathrm{C}_1=4$　　(10) ${}_6\mathrm{C}_6=1$　　(11) ${}_{16}\mathrm{C}_{15}={}_{16}\mathrm{C}_{16-15}={}_{16}\mathrm{C}_1=16$

$\boxed{15}$ $(7-1)!=6!=6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=720$ (通り)

$\boxed{16}$ (1) 6 個の頂点はどの 3 点も一直線上にはないから，3 個の点を 1 組決めて結ぶと三角形が 1 個できる。

よって，できる三角形の個数は

$${}_6\mathrm{C}_3=\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}=20$$　　答 20 個

(2) 6 個の頂点から 2 個の点を 1 組決めて結ぶと線分が 1 本できる。

よって，できる線分の本数は

$${}_6\mathrm{C}_2=\frac{6\cdot5}{2\cdot1}=15$$　　答 15 本

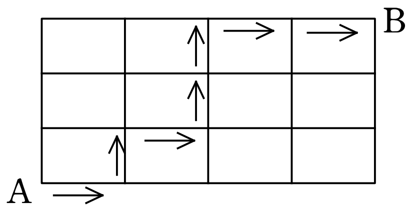
(3) (2) で求めた線分の本数から，正六角形の辺の数 6 を引けばよい。

よって，求める対角線の本数は

$$15-6=9$$　　答 9 本

$\boxed{17}$ 右へ1区画進むことを→で，上へ1区画進むことを↑で表す。
Aから Bまで行く最短の道順は，→4個と↑3個の順列で表される。
よって，求める最短の道順の総数は

$$\frac{7!}{4!3!}=\frac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1}=35$$



$\boxed{答}$ 35通り

$\boxed{18}$ 2個のさいころの目の出方は全部で　$6\times6=36$ (通り)
さいころを A，B とし，A の目が a，B の目が b になることを $(a,\ b)$ で表す。

(1) 目の和が7になる場合は $(1,\ 6)$，$(2,\ 5)$，$(3,\ 4)$，$(4,\ 3)$，$(5,\ 2)$，$(6,\ 1)$ の6通りある。よって，求める確率は　$\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$

(2) 目の積が12になる場合は $(2,\ 6)$，$(3,\ 4)$，$(4,\ 3)$，$(6,\ 2)$ の4通りある。
よって，求める確率は　$\dfrac{4}{36}=\dfrac{1}{9}$

$\boxed{19}$「2個が同じ色である」という事象は，
「2個とも赤玉である」という事象 A，「2個とも白玉である」という事象 B の和事象 $A\cup B$ である。

事象 A，B の確率は　$P(A)=\dfrac{{}_3C_2}{{}_7C_2}=\dfrac{3}{21}$，$P(B)=\dfrac{{}_4C_2}{{}_7C_2}=\dfrac{6}{21}$

A と B は互いに排反であるから，求める確率は

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{3}{21}+\frac{6}{21}=\frac{9}{21}=\frac{3}{7}$$